سلم تصحيح مادة الرياضيات للصف: ٣ ع/ ع. النموذج .....

ثانوية تاليس

..... (1) ..... ٢٠٢٢ - ٢٠٢٣ تاريخ :

أولاً.

السؤال الأول :

10 $D_f = \mathbb{R}$ $E_f = [1, +\infty[$

10 عدد الحلول : 2

10 $\Delta : y = x$

5+5 $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = m_\Delta = 1$

40

السؤال الثاني :

3 $-1 \leq \cos\frac{1}{x} \leq 1$

$x \in \mathbb{R}^*$ أيا كان

2 من أجل $x > 0$:

$-x \leq x \cdot \cos\frac{1}{x} \leq x$

5 $\lim_{x \to 0^+} x = \lim_{x \to 0^+} (-x) = 0$

$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$

5 f اشتقاقي عند الصفر من اليمين

من أجل $x < 0$:

2 $x \leq x \cos\frac{1}{x} \leq -x$

3 $\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x)}{x} = 0$

5 f اشتقاقي عند الصفر من اليسار

5 $f'(0) = 0$

على اعتبار

10 $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 0$

40

السؤال الثالث :

5 $z = \cos\theta (1 + i)$

10 $\cos\theta < 0 \Leftarrow \theta \in]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$

10 $z = (-\cos\theta)(-1 - i)$

5+10 $= -\sqrt{2}\cos\theta \cdot e^{-\frac{5\pi}{4}i}$

40

السؤال الرابع :

كتابة عركبات شعاعين

3+3 نجد : $\vec{AB}(-1, -2, 0)$ $\vec{AC}(3, 5, -1)$

2+2 غير مترابطين بما النقط ليست على استقامة واحدة فهي

5 تعيين مستوي P

تنتمي M إلى P إذا كانت

5 $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ و $\vec{AM}$ مرتبطة خطياً

أي يوجد α, β بحيث

$\vec{AM} = \alpha\vec{AB} + \beta\vec{AC}$

10 $\begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ \lambda - 1 \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

5 $\begin{cases} -5 = -\alpha + 3\beta \\ -5 = -2\alpha + 5\beta \\ \lambda - 1 = -\beta \end{cases}$

بالأول والثانية نجد $\alpha = -10$ و $\beta = -5$

5 ومنه $\lambda = 6$

40

ثانياً -

التمرين الأول :

5+5 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$

5 $x \to 1^-$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$

5 $y = 2$ مقارب افقي

5 $x = 1$ مقارب شاقولي

$f(x) \in]1.9, 2.1[\rightarrow$

5 $|f(x) - 2| < 0.1$

$\left|\frac{2x+1}{x-1} - 2\right| < 0.1$

$\left|\frac{3}{x-1}\right| < \frac{1}{10}$

$|x-1| > 30$

$x-1 > 30 \leftarrow x > 31$

$x-1 < -30 \leftarrow x < -29$

5 $A = 31$

5 $f'(x) = 3 \leftarrow y = 3x$ // المماس

5 $f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}$

$\frac{-3}{(x-1)^2} = 3$

$(x-1)^2 = -1$

5 مرفوضة

60

التمرين الثاني :

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

5 $x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$

10 $\Delta : y = x - 2$ مقارب عند $+\infty$

$f(x) - y_\Delta = \sqrt{(x-2)^2+1} - (x-2)$

5 $= \frac{1}{\sqrt{(x-2)^2+1} + (x-2)}$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) - y_\Delta = 0$

5 $f(x) - y_\Delta > 0$

Δ فوق ($\leftarrow x \in \mathbb{R}$ أيا كان)

5 $f'(x) = \frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+5}}$

5 المماس افقي $\leftarrow$ ميله $= 0$

5 $f'(x) = 0 \rightarrow 2x - 4 = 0$

$x = 2 \leftarrow$

5 نقطة التماس $(2, 1)$

5 معادلة المماس $y = 1$

60

التمرين الثالث :

10 $\bar{K} = \left(\frac{\bar{w} - \bar{u}}{\bar{w} - \bar{z}}\right)^2 \cdot \frac{\bar{z}}{\bar{u}}$

10 $|u| = |z| = |w| = 1 \rightarrow$

$\bar{u} = \frac{1}{u} \quad \bar{z} = \frac{1}{z} \quad \bar{w} = \frac{1}{w}$

10 $\bar{K} = \left(\frac{\frac{1}{w} - \frac{1}{u}}{\frac{1}{w} - \frac{1}{z}}\right)^2 \cdot \frac{\frac{1}{z}}{\frac{1}{u}}$

10+10 $= \left(\frac{u - w}{z - w}\right)^2 \left(\frac{z}{u}\right)^2 \cdot \frac{u}{z}$

10 $= \left(\frac{w - u}{w - z}\right)^2 \cdot \frac{z}{u} = K$

K حقيقي $\leftarrow$

تتمة ثانيا

التمرين الرابع

5 $z = (1-i)\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$= (1-i)\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

10 $= \frac{1+\sqrt{3}}{2} + i\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$-\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$

5 $z = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{12}i}$

5 $z = \sqrt{2}\,e^{\frac{\pi}{12}i}$

5 $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{a}{r} = \frac{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

5 $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{b}{r} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

5 $z_1 + z_2 = -\frac{p}{1}$

$p = -(z_1 + z_2)$

5 $\begin{cases} z_1 = 2\cdot\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} + 2\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}i \\ z_2 = 2\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} - 2\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}i \end{cases}$

5 $p = -2\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} \rightarrow p = -(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

5 $z_2 = \bar{z}_1$ و z_1 ← .....

$\begin{cases} p = -(z_1 + \bar{z}_1) \\ = -2\times \text{الجزء الحقيقي} \\ = -2\times 2\cos\frac{\pi}{12} = -(\sqrt{6}+\sqrt{2}) \end{cases}$

5 $z_1 \cdot z_2 = \frac{q}{1}$

5 $q = 4e^{0i} \rightarrow q = 4$

ثالثا

I. أ- الدوال (تحليل)

5 $x \in \mathbb{R} \leftarrow -x \in \mathbb{R}$ لأن $x \in \mathbb{R}$ (1

5 $f(-x) = \sqrt{(-x)^2+1} = f(x)$

5 f زوجي ←

(2

$f(x) - y_\Delta = \sqrt{x^2+1} - x$

5 $= \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) - y_\Delta = 0$

5 $+\infty$ مقارب مائل عند $\Delta : y = x$ ←

f زوجي ←) متناظر بالنسبة

5 لـ oy

← نظير Δ بالنسبة لـ oy هو

أيضاً مقارب

5 $\Delta' : y = -x$

بجوار $-\infty$

(4

5 $f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}$

$f'(x) = 0 \rightarrow x = 0$

5 $f(0) = 1$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

10

5 $f(0) = 1$ قيمة صغرى محلية

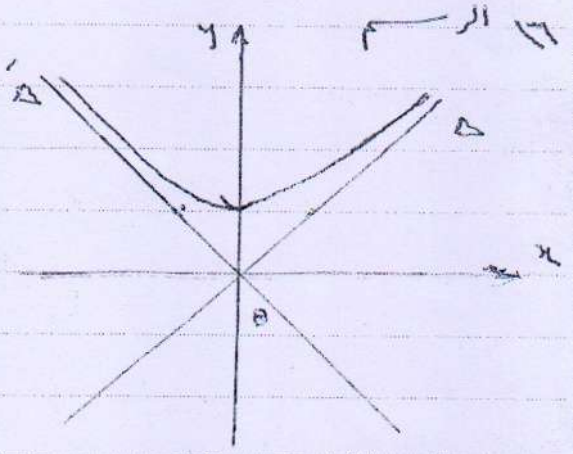
60

نتمة المسألة الأولى

ج) المماس (Δ) الموازي لـ (xx') ←
يكافئ $a = 0$
معادلته $y = f(0)$
أي $y = 1$ 5

د) $f(0.3) = f(0 + 0.3)$
$\simeq f(0) + 0.3 \cdot f'(0)$ 10
$\simeq 1 + 0.3 \times 0$
$f(0,3) \simeq 1$ 5

ه) الرسم



10

المسألة الثانية (الهندسة)

أ) $A(0,0,0)$
$B(3,0,0)$ $D(0,3,0)$ $E(0,0,3)$
$F(3,0,3)$ $C(3,3,0)$
$H(0,3,3)$ $G(3,3,3)$
$I(2,3,0)$ $J(0,2,0)$ 20

ب) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 9

$\begin{cases} 1 = 3\beta \\ 0 = \alpha - 2\beta \\ 3 = 3\alpha + 3\beta \end{cases}$
$\alpha = \frac{2}{3}$ و $\beta = \frac{1}{3}$ ← 6

إذن النقطة I مرتبطة خطيا ← 5

المستقيم (IG) // المستوي (JHF) 5

ج) حسب الطلب (2) :
$\vec{IG} = \frac{2}{3}\vec{JH} + \frac{1}{3}\vec{JF}$ 5

ومنه
$\vec{IM} = \vec{IG} + \vec{GA} = \vec{IA}$ 5
M تنطبق على A ← 5

د) مركز الكرة $\Omega\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 0\right)$ 5
نصف قطرها :
$R = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{9+9} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ 5
معادلة الكرة
$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{9}{2}$ 10

ه) بفرض $M(x,y,z)$ ∈ المستوي
$FM = JM$ ← 5
$(x-3)^2 + (y-0)^2 + (z-3)^2 =$
$(x-0)^2 + (y-2)^2 + (z-0)^2$ 5

$x^2 - 6x + 9 + y^2 + z^2 - 6z + 9$
$= x^2 + y^2 - 4y + 4 + z^2$ 10
$6x - 4y + 6z - 14 = 0$ ←

$3x - 2y + 3z - 7 = 0$ ← 9

100 100